

Propriété de Thalès ou proportionnalité dans un triangle

0. Préliminaire : Egalité des produits en croix

Si deux écritures fractionnaires sont égales, Alors il y a égalité des produits en croix.

Ceci est valable aussi avec les tableaux de proportionnalité.

Autrement dit :

a, b, c, d sont des nombres relatifs.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$.

Exemples : Trouver la valeur de m sachant que

$$\frac{m}{3} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{m}{3} = \frac{7}{4}$$

D'après l'égalité des produits en croix, on a :

$$m \times 4 = 7 \times 3.$$

$$m = \frac{7 \times 3}{4}$$

$$m = \frac{21}{4}$$

le tableau suivant est un tableau de proportionnalité .

5	26
17	$m?$

D'après l'égalité des produits en croix, on a :

$$m \times 5 = 26 \times 17.$$

$$m = \frac{26 \times 17}{5}$$

$$m = 88,4$$

1. Propriété de Thalès

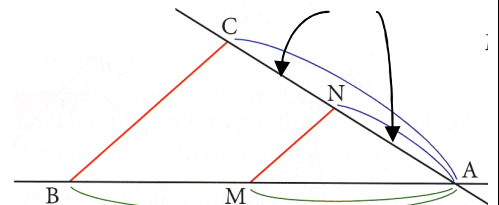
Ces 2 triangles ont leurs cotés correspondants proportionnels.

Dans un triangle ABC,

- si**
- M est un point de [AB],
 - N est un point de [AC],
 - la droite (MN) est parallèle à la droite (BC),

alors les longueurs des côtés du triangle AMN sont proportionnelles aux longueurs des côtés correspondants du triangle ABC.

Autrement dit : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



Ce théorème permet de calculer une longueur quand on en connaît trois autres.

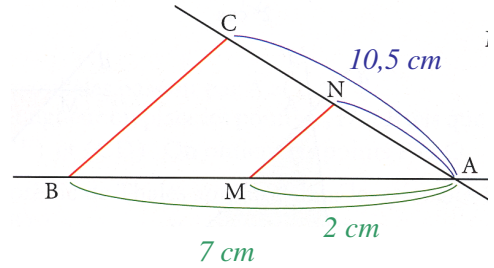
2. Méthodes pour ne pas se tromper

1. Identifier la configuration du cours : les 2 triangles.
2. S'assurer du parallélisme, sinon le démontrer.
3. pour écrire les rapports égaux :
 - a. toujours commencer par le sommet hors de parallèles.
 - b. prendre pour chaque côté du triangle, la petite longueur sur la grande.
 - c. Ecrire les parallèles en respectant la place des lettres.
 - d. Chaque lettre doit être écrite 2 fois par ligne.
4. choisir ensuite une égalité de deux rapports avec 3 longueurs connues et celle cherchée.
5. Remplacer par les valeurs.
6. Résoudre l'équation puis conclure.

3. Exemple : Comment rédiger ?

ABC est un triangle. On place un point M sur [AB], et un point N sur [AC] tels que les droites (MN) et (BC) soient parallèles.
 $AB = 7 \text{ cm}$ $AC = 10,5 \text{ cm}$ $AM = 2 \text{ cm}$.

Calculer AN



ABC est un triangle.
 M est un point de [AB], et N un point de [AC].
 (MN) // (BC).

d'après le théorème de Thalès :

(2 rédactions possibles)

On a le tableau de proportionnalité suivant :

Triangle AMN	AM	AN	MN
Triangle ABC	AB	AC	BC

Triangle AMN	2	AN	MN
Triangle ABC	7	10,5	BC

On a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{AN}{10,5} = \frac{MN}{BC}$$

D'après l'égalité des produits en croix, on a : $AN \times 7 = 2 \times 10,5$

D'où : $AN = \frac{2 \times 10,5}{7}$

$AN = 3 \text{ cm}$

6. Agrandissement – réduction

a) Définition

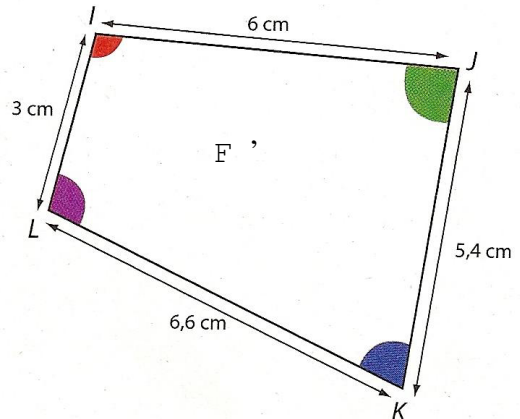
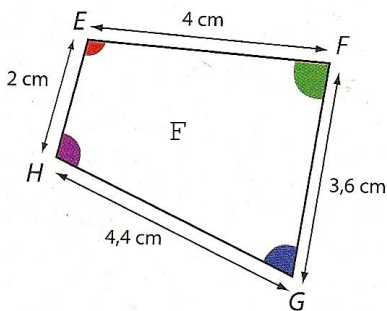
Une figure F' est un **agrandissement ou une réduction** d'une figure F lorsque les longueurs de la figure F' sont obtenues en multipliant celle de la figure F par un même nombre k .

Ce nombre k est appelé **coefficient d'agrandissement (de réduction)**.

Il y a proportionnalité entre les longueurs correspondantes des deux figures.

Si $k > 1$, on dit que c'est un **agrandissement**.

Si $k < 1$, on dit que c'est une **réduction**.



b) Propriétés

Dans un agrandissement ou une réduction,

- les mesures d'angles sont inchangées
- la perpendicularité est conservée
- le parallélisme est conservé.

Un agrandissement ou une réduction est une reproduction à « l'échelle ».